入試直前！ワンポイント模試【第４回】

時間：30 分

$\boxed{1}$　次の計算，または方程式を解きなさい。

(1)　$6-(-2)^2 \div \dfrac{4}{9}$

(2)　$(9a^2-6a) \div 3a$

(3)　$x=3\sqrt{2}-1$ のとき，x^2+2x+1 の値を求めなさい。

(4)　比例式 $3:(x+4)=2:5$ を解きなさい。

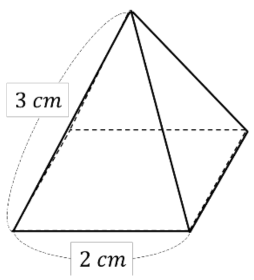
$\boxed{2}$　次の問いに答えなさい。

(1)　関数 $y=\frac{2}{3}x^2$ について，x の変域が$-1 \leqq x \leqq 3$ のときのyの変域を求めなさい。

(2)　図のような 5 枚のカードをよくきって，続けて 2 枚引く。引いたカードの 1 枚目の数字を十の位，2 枚目の数字を一の位として 2 けたの整数をつくる。この整数が偶数となる確率を求めなさい。

$\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$

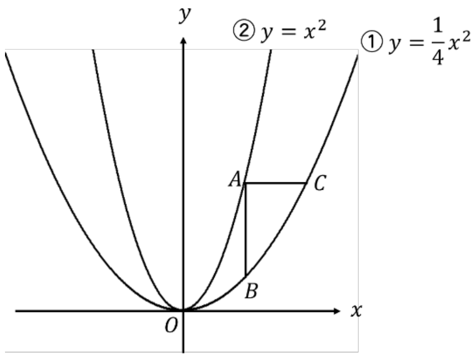
(3)　図のように，底面が 1 辺 2 ㎝の正方形で，ほかの辺の長さがすべて 3 ㎝の正四角錐がある。この正四角錐の高さを求めなさい。



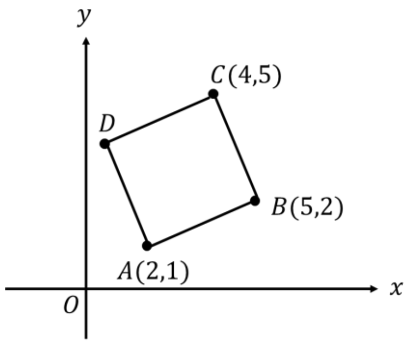
(4)　2 けたの自然数があり，十の位の数と一の位の数の和は 13 である。また，十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は，もとの数の 2 倍より 31 小さくなる。もとの 2 けたの自然数を求めなさい。

3　次の問いに答えなさい。

(1)　次のグラフにおいて，放物線①，②はそれぞれ$y=\frac{1}{4}x^2, y=x^2$ のグラフである。また，点 A は$x>0$ の範囲を動く点である。点 A を通りy軸に平行な直線と①との交点を B とし，点 A を通りx軸に平行な直線と①との交点を C とする。線分 AB，AC を 2 辺とする長方形 ABCD をつくる。点 A のx座標をtとするとき，長方形 ABCD が正方形となるようなtの値を求めなさい。



(2)　次のグラフにおいて，四角形 ABCD は平行四辺形である。
このとき，各問いに答えなさい。

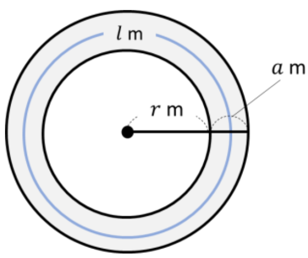


① 点 D の座標を求めなさい。
② 原点 O を通り，平行四辺形 ABCD の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

4　次の問いに答えなさい。

(1)　連続する 2 つの奇数で，大きい数の平方から小さい数の平方をひいた差は 8 の倍数になることを証明しなさい。

(2)　半径r m の円の周囲に，幅a m の道がある。この道の面積を S ㎡，道の真ん中を通る円周の長さをl m とするとき，$S=al$ であることを証明しなさい。



《解答用紙》

100点満点

1	(1)	-3	(2)	$3a-2$
	(3)	18	(4)	$\frac{7}{2}$

各7点

2	(1)	$0 \leqq y \leqq 6$	(2)	$\frac{3}{5}$
	(3)	$\sqrt{7}$ cm	(4)	58

各7点

3	(1)		$x = \frac{4}{3}$		
	(2)	①	$(1, 4)$	②	$y = x$

各8点

4	(1)	nを整数とすると 連続する2つの奇数は $2n+1$, $2n+3$ と表せる。 $(2n+3)^2-(2n+1)^2$ $=4n^2+12n+9-4n^2-4n-1$ $=8n+8$ $=8(n+1)$ $n+1$は整数なので $8(n+1)$ は 8の倍数になる。 よって 連続する2つの奇数で、大きい数の平方から小さい数の平方の差は8の倍数になる。
	(2)	$S=\pi(r+a)^2-\pi r^2$ $=\pi(r^2+2ar+a^2)-\pi r^2$ $=2\pi ar+\pi a^2 \cdots ①$ $l=2\pi(r+\frac{a}{2})$ $=2\pi r+\pi a$ よって $al=a(2\pi r+\pi a)=2\pi ar+\pi a^2 \cdots ②$ ①②より $S=al$

各10点

(1) $6-\boxed{(-2)}^2 \div \dfrac{4}{9}$

$= 6 - 4 \times \dfrac{9}{4}$

$= 6 - 9$

$= -3$

(2) $(9a^2-6a) \div 3a$

逆数にしてかける

$= (9a^2 - 6a) \times \dfrac{1}{3a}$

分配法則

$= 3a - 2$

(3) $x = 3\sqrt{2}-1$ のとき，x^2+2x+1 の値を求めなさい。

因数分解してから代入

$(x+1)^2 = \{(3\sqrt{2}-1)+1\}^2$

$= (3\sqrt{2})^2$

$= 18$

(4) 比例式 $3:(x+4) = 2:5$ を解きなさい。

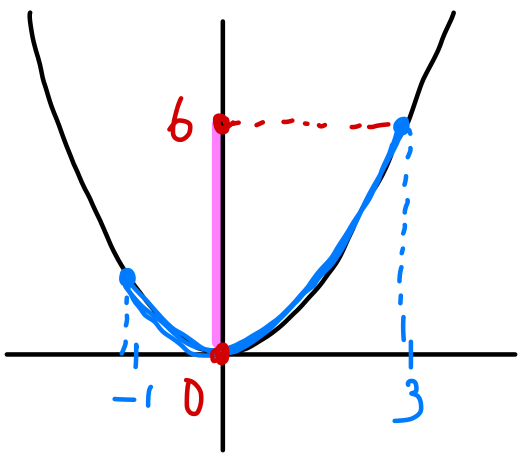
$2(x+4) = 15$

$2x + 8 = 15$

$2x = 7$

$x = \dfrac{7}{2}$

(1)　関数 $y=\frac{2}{3}x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域を求めなさい。



$x=3$ のとき

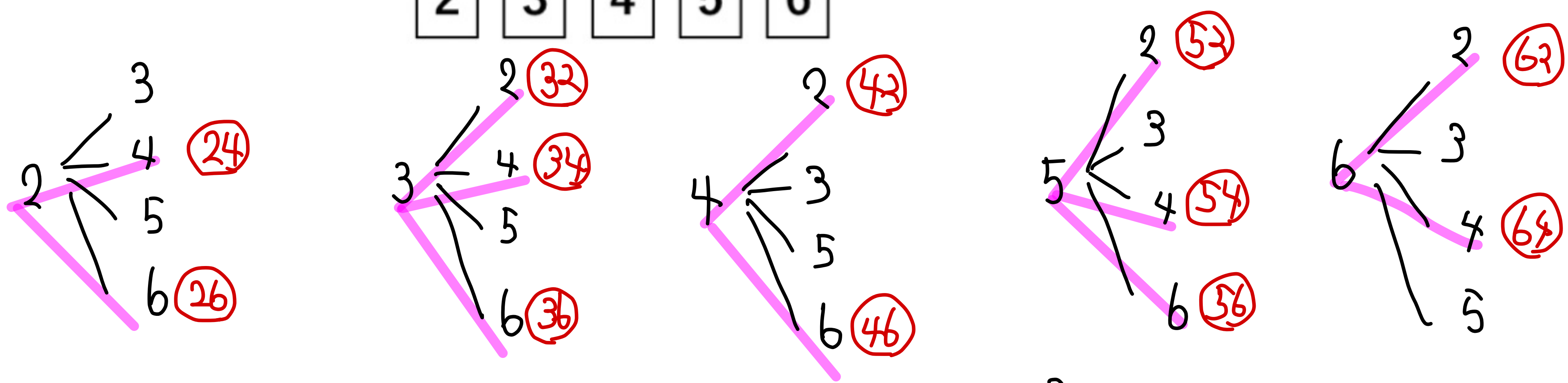
$y=\frac{2}{3}\times 3^2=6$

よって $0 \leqq y \leqq 6$

---

(2)　図のような 5 枚のカードをよくきって，続けて 2 枚引く。引いたカードの 1 枚目の数字を十の位，2 枚目の数字を一の位として 2 けたの整数をつくる。この整数が偶数となる確率を求めなさい。

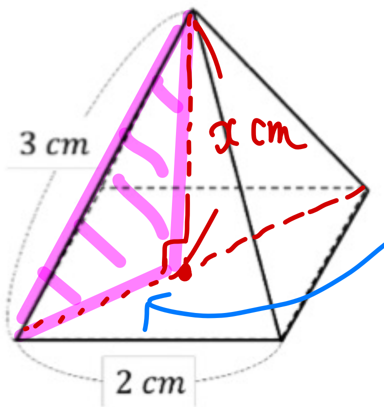
$\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$

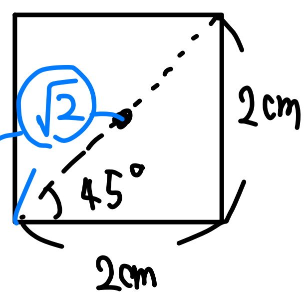


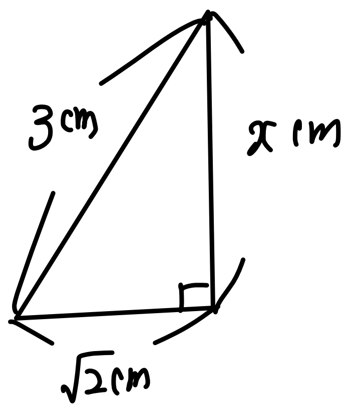
偶数になるのは12通りなので　$\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

---

(3)　図のように，底面が 1 辺 2 cmの正方形で，ほかの辺の長さがすべて 3 cmの正四角錐がある。この正四角錐の高さを求めなさい。







$(\sqrt{2})^2+x^2=3^2$

$2+x^2=9$

$x^2=7$

$x>0$ より

$x=\sqrt{7}$ cm

---

(4)　2 けたの自然数があり，十の位の数と一の位の数の和は 13 である。また，十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は，もとの数の 2 倍より 31 小さくなる。もとの 2 けたの自然数を求めなさい。

十の位を x，一の位を y とすると

もとの数　$10x+y$

入れかえた数　$10y+x$

$x+y=13$ …①

$10y+x=(10x+y)\times 2-31$

$10y+x=20x+2y-31$

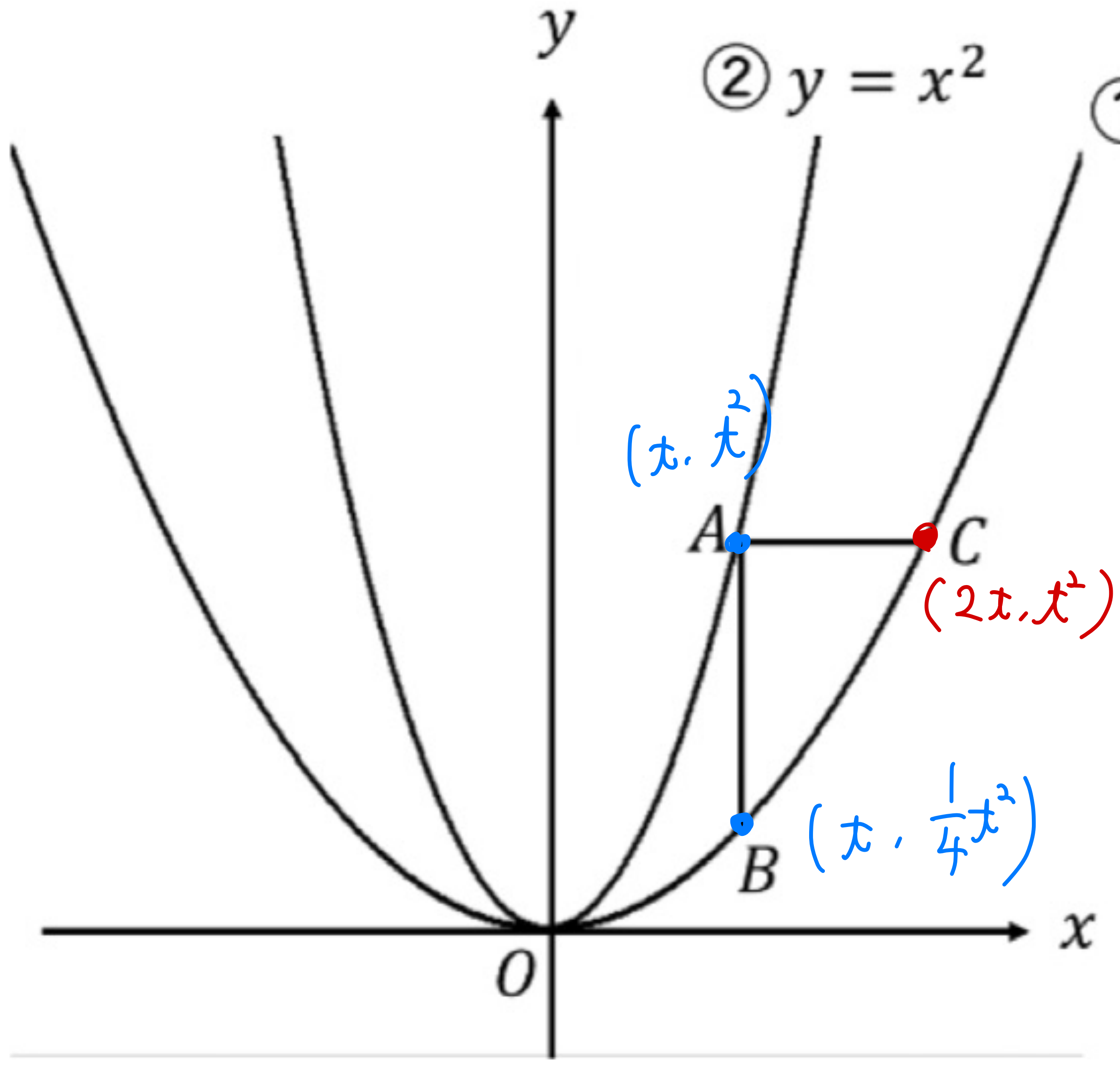
$19x-8y=31$ …②

①②より 連立方程式を解くと

$x=5$　$y=8$

よって　58

(1)　次のグラフにおいて，放物線①，②はそれぞれ$y=\frac{1}{4}x^2, y=x^2$のグラフである。また，点Aは$x>0$の範囲を動く点である。点Aを通りy軸に平行な直線と①との交点をBとし，点Aを通りx軸に平行な直線と①との交点をCとする。線分AB，ACを2辺とする長方形ABCDをつくる。点Aのx座標をtとするとき，長方形ABCDが正方形となるようなtの値を求めなさい。



点Cはy座標がAと同じくt^2なので，$y=\frac{1}{4}x^2$に代入して計算すると

$t^2=\frac{1}{4}x^2$

$4t^2=x^2$　　$C(2t, t^2)$とわかる。

$x>0$より

$x=2t$

$AB = t^2 - \frac{1}{4}t^2 = \frac{3}{4}t^2$

$AC = 2t - t = t$　　より

正方形になるためには　$AB = AC$　となればいいので

$\frac{3}{4}t^2 = t$

$3t^2 = 4t$

$3t^2 - 4t = 0$

$t(3t-4)=0$

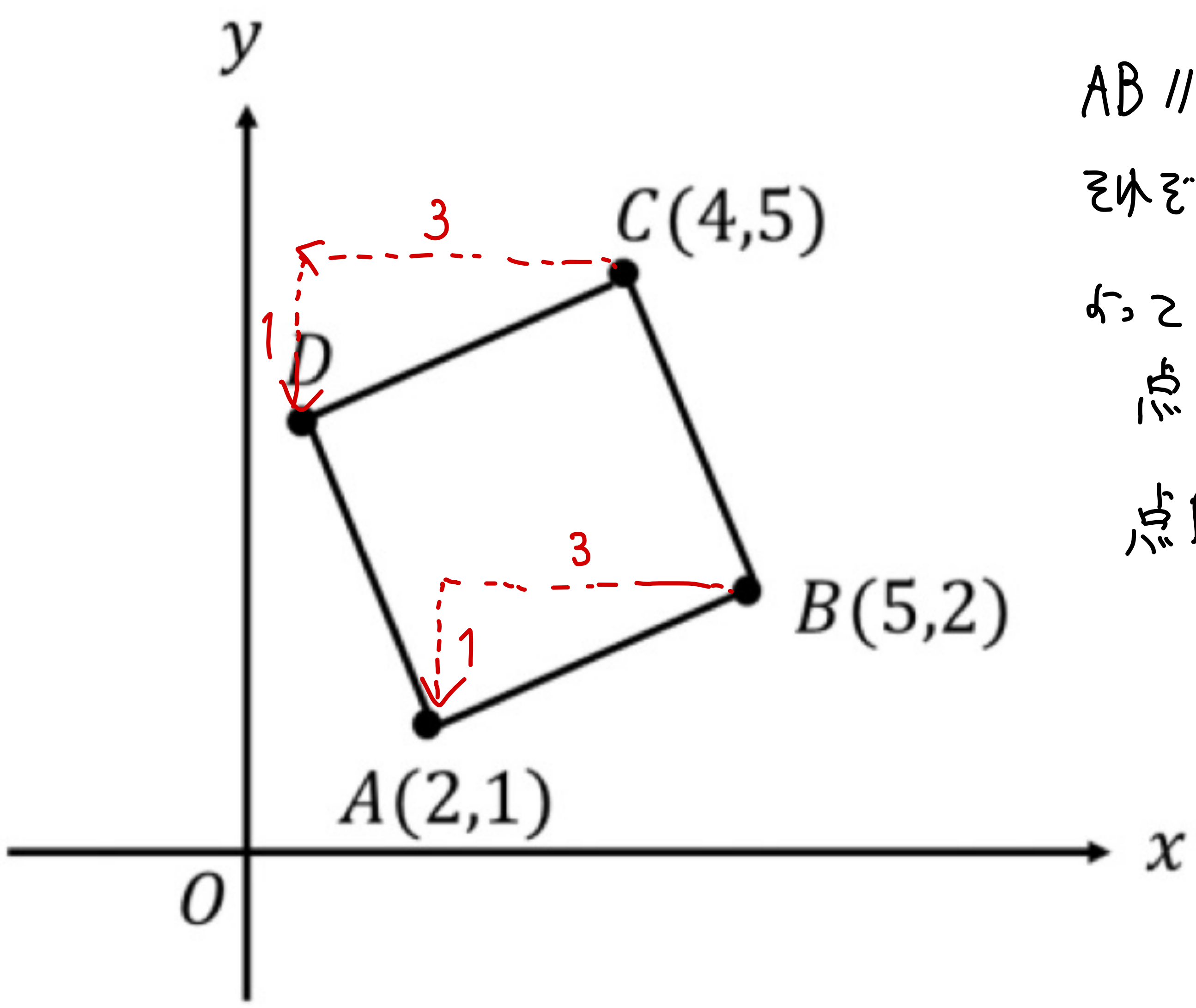
$t = 0, \frac{4}{3}$

$t>0$より

$t = \frac{4}{3}$

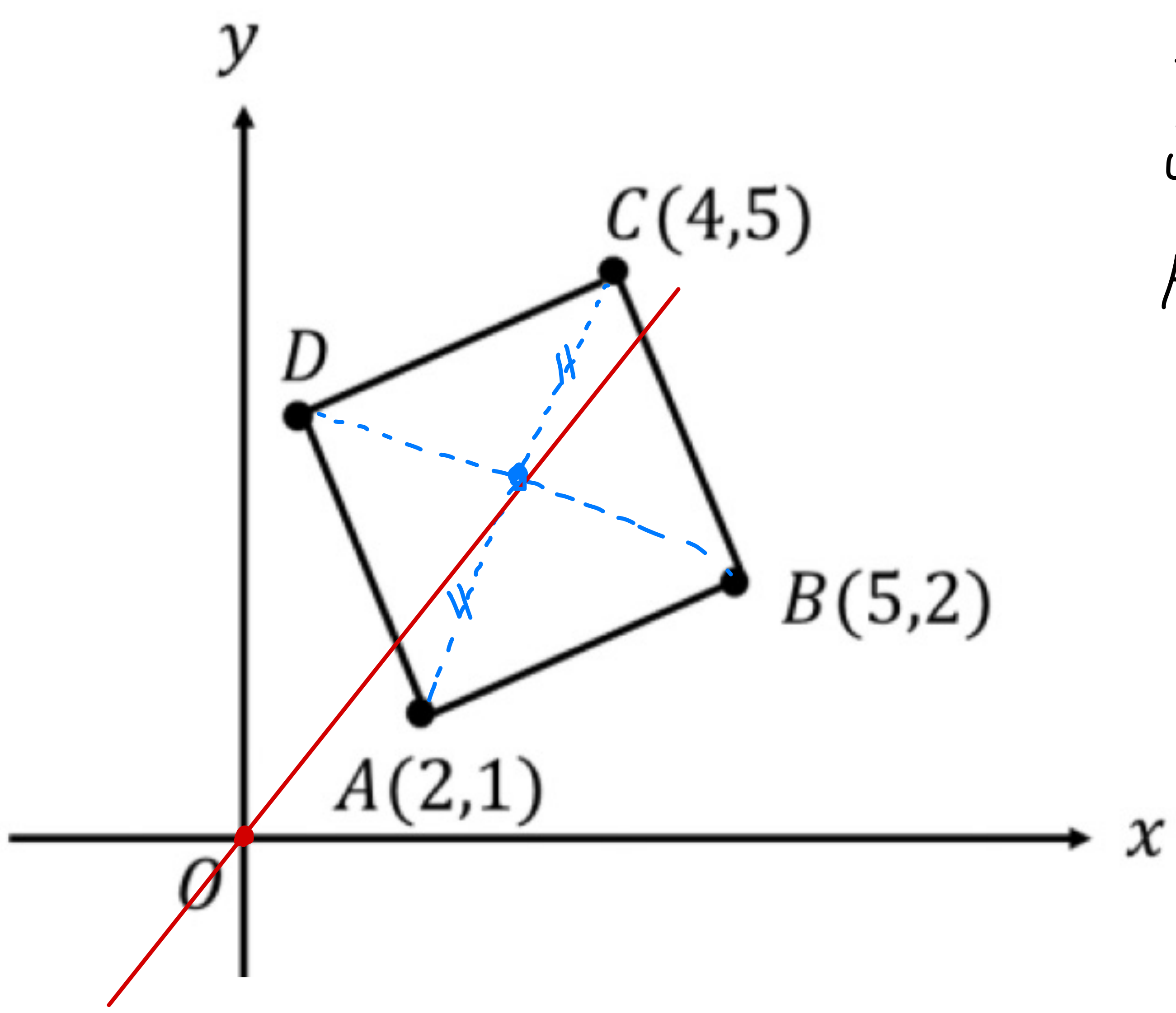
(2)　次のグラフにおいて，四角形 ABCD は平行四辺形である。
このとき，各問いに答えなさい。

① 点 D の座標を求めなさい。
② 原点 O を通り，平行四辺形 ABCD の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。



AB // DC かつ AB = DC なので
それぞれの変化量が等しくなる。
よって
点Cから 左3、下1 のところが
点Dになるので

D(1.4)



対角線の交点を通るように
直線をひくと面積が2等分される
ACの中点は

$\frac{2+4}{2} = 3$　　$\frac{1+5}{2} = 3$

(3.3) なので

$y = ax$ に (3.3) を代入して

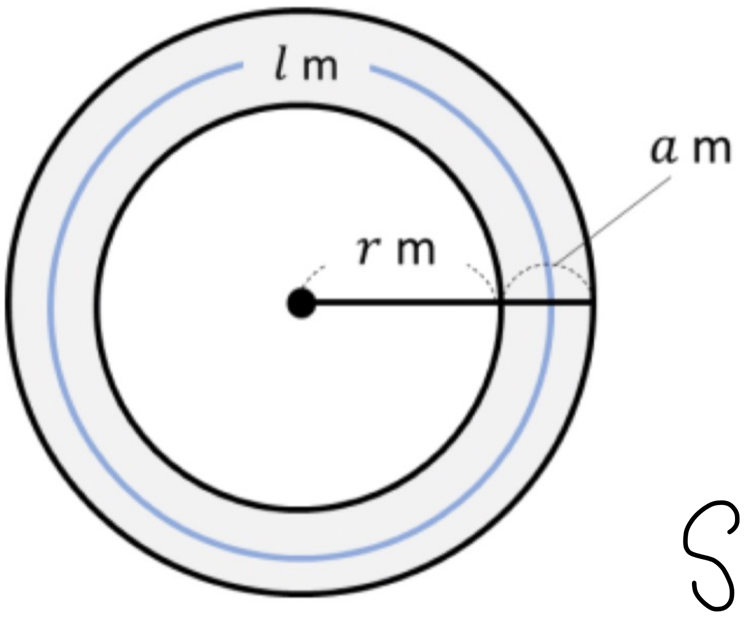
$3 = 3a$

$1 = a$

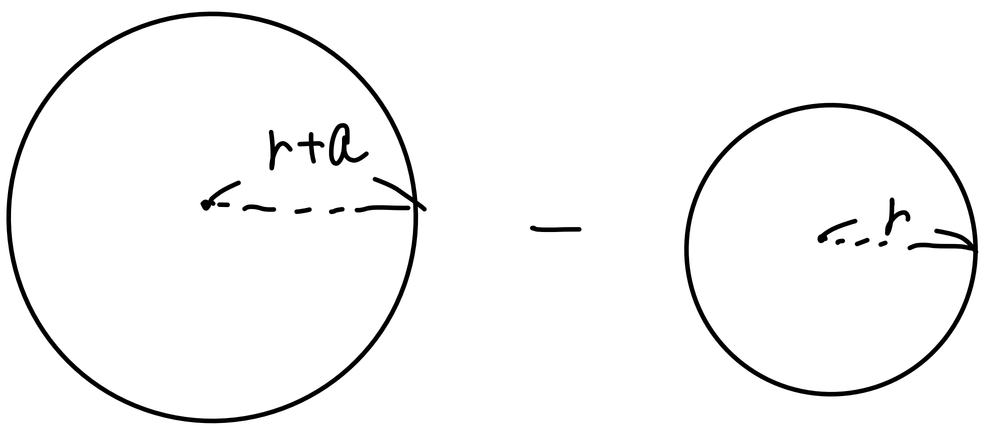
よって

$y = x$

(2)　半径 r m の円の周囲に，幅 a m の道がある。この道の面積を S ㎡，道の真ん中を通る円周の長さを l m とするとき，$S=al$ であることを証明しなさい。



$\boxed{S}$

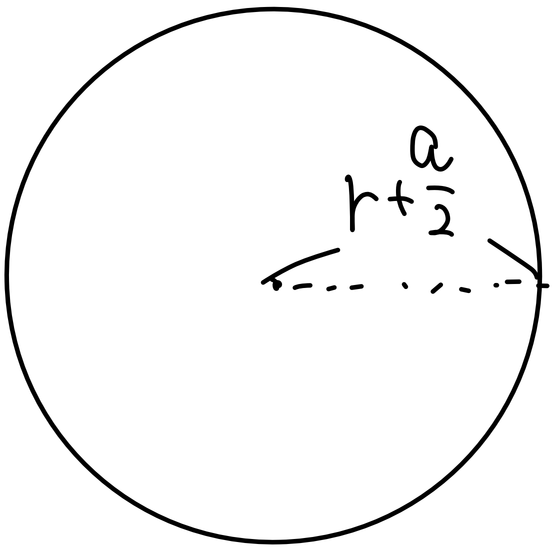


$$S=\pi(r+a)^2-\pi r^2$$

$$=\pi(r^2+2ar+a^2)-\pi r^2$$

$$=2\pi ar+\pi a^2 \quad \cdots ①$$

$\boxed{l}$



$$l=2\pi\left(r+\frac{a}{2}\right)$$

$$=2\pi r+\pi a$$

よって

$$al=a(2\pi r+\pi a)$$

$$=2\pi ar+\pi a^2 \quad \cdots ②$$

①②より

$$S=al$$