

三角比の相互関係

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とするとき、次の問いに答えなさい。

(1) $\cos \theta = -\frac{2}{3}$ のとき、 $\sin \theta, \tan \theta$ の値を求めなさい。

(2) $\tan \theta = 3$ のとき、 $\sin \theta, \cos \theta$ の値を求めなさい。

(3) $\sin \theta = \frac{3}{5}$ のとき、 $\cos \theta, \tan \theta$ の値を求めなさい。

相互関係の使い方を身につけよう！



今回の重要ポイント！

三角比の相互関係

$$\textcircled{1} \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\textcircled{2} \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\textcircled{3} \quad 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

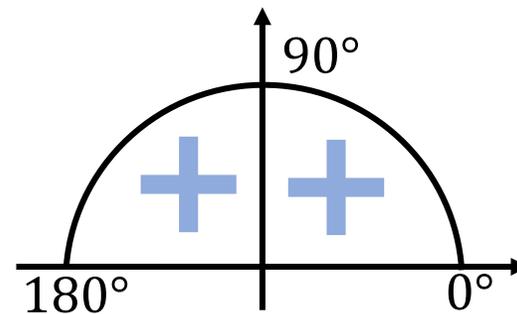
$\div \cos^2 \theta$

$$\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

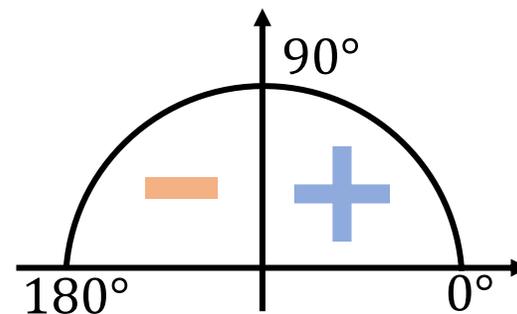
$$\tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

③は導けるように！

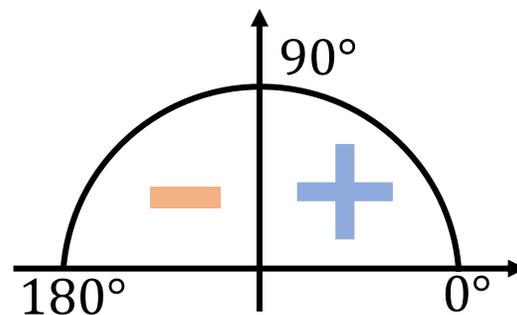
$\sin \theta$



$\cos \theta$



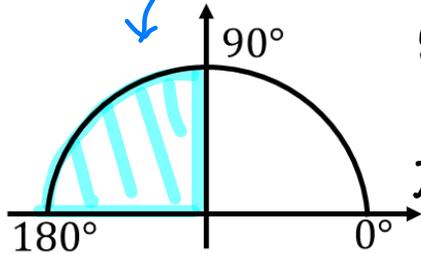
$\tan \theta$



$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とするとき、次の問いに答えなさい。

(1) $\cos \theta = -\frac{2}{3}$ のとき、 $\sin \theta, \tan \theta$ の値を求めなさい。

STEP1 まずは符号を考える



$\sin \theta$ \oplus

$\tan \theta$ \ominus

STEP2 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ に代入

$$\sin^2 \theta + \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \frac{4}{9}$$

$$\sin^2 \theta = \frac{5}{9}$$

$\sin \theta > 0$ かな?

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan \theta = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

STEP3 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ に代入

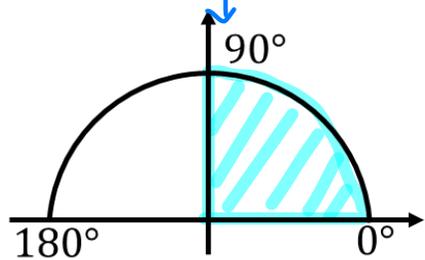
$$\tan \theta = \sin \theta \div \cos \theta$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{3} \div \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{\sqrt{5}}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とするとき、次の問いに答えなさい。

(2) $\tan \theta = 3$ のとき、 $\sin \theta, \cos \theta$ の値を求めなさい。

STEP1 まずは符号を考える



$$\sin \theta \quad (+)$$

$$\cos \theta \quad (+)$$

STEP3 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ に代入

$$\tan \theta \times \cos \theta = \sin \theta$$

$$3 \times \frac{\sqrt{10}}{10} = \sin \theta$$
$$\sin \theta = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

STEP2 $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ に代入

$$1 + 3^2 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$10 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{10}$$

$\cos \theta > 0$ より

$$\cos \theta = \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

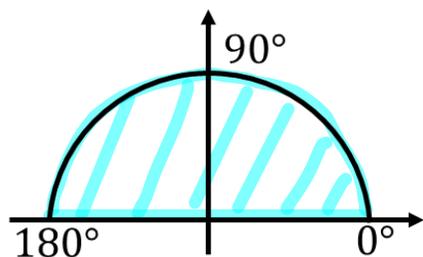
$$\cos \theta = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\sin \theta = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とするとき、次の問いに答えなさい。

(3) $\sin \theta = \frac{3}{5}$ のとき、 $\cos \theta, \tan \theta$ の値を求めなさい。

STEP1 まずは符号を考える



$\cos \theta$ \oplus \ominus

$\tan \theta$ \oplus \ominus

STEP2 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ に代入

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \frac{9}{25}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{16}{25}$$

$$\cos \theta = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5}$$

STEP3 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ に代入

$$\cos \theta = \frac{4}{5} \text{ のとき}$$

$$\tan \theta = \sin \theta \div \cos \theta$$

$$= \frac{3}{5} \div \frac{4}{5}$$

$$= \frac{3}{4}$$

$$\cos \theta = -\frac{4}{5} \text{ のとき}$$

$$\tan \theta = \sin \theta \div \cos \theta$$

$$= \frac{3}{5} \div \left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$= -\frac{3}{4}$$

$$\cos \theta = \frac{4}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{3}{4}$$

または

$$\cos \theta = -\frac{4}{5}$$

$$\tan \theta = -\frac{3}{4}$$